

UNIVERSITE HASSAN II - MOHAMMEDIA
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES



CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE
(ROUE DE MAXWELL)

REALISE PAR :

+

OBJECTIFS

- CONSERVATION DE L ENERGIE MECANIQUE
- DETERMINATION DU MOMENT D'INERTIE D'UNE ROUE DE MAXWELL.
- DETERMINATION AVEC LA ROUE DE MAXWELL EN FONCTION DU TEMPS :
  1. L'ENERGIE POTENTIELLE.
  2. L'ENERGIE CINETIQUE.

PRINCIPE

- LA ROUE DE MAXWELL EST SUSPENDUE PAR DEUX CORDES POUVANT SE DEROULER SUR SON AXE, UNE FOIS ENVELOPPES AVEC REGULARITE LES FILS A L'AXE, SI ON ABANDONNE LA ROUE, CELLE-CI APRES ETRE DESCENDUE AVEC UN MOUVEMENT UNIFORMEMENT ACCELERE, REMONTE ENSUITE A DES HAUTEURS TOUJOURS DECROISSANTES ET AVEC UN MOUVEMENT UNIFORMEMENT RETARDE.

- L'ENERGIE POTENTIELLE, L'ENERGIE DE CINETIQUE DE TRANSLATION ET CELLE DE ROTATION SE TRANSFORMENT MUTUELLEMENT L'UNE DANS L'AUTRE ET SONT DETERMINEES EN FONCTION DU TEMPS.

I-Etude théorique et exploitation :

L'énergie totale E de la roue de Maxwell de masse m et de moment d'inertie I_Z autour de l'axe de rotation se compose de l'énergie potentielle E_P, de l'énergie cinétique de translation E_T et de l'énergie cinétique de rotation E_R.

$$E = m.g.s + \frac{m}{2} V^2 + \frac{Iz}{2}\omega^2$$

ω est la vitesse angulaire
v la vitesse de translation
g l'accélération terrestre
s la hauteur (négative).

$$ds = d\phi \wedge r$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\phi}{dt} \wedge r = \omega \wedge r$$

r étant le rayon de l'axe de rotation.
Dans notre cas, g∥s et ω perpendiculaire à r, de sorte que l'on a

$$L_Z = I_Z.\omega$$

$$E = -m.g.s(t) + \frac{1}{2}\left(m + \frac{Iz}{r \times r}\right)(v(t))^2$$

II-MANIPULATION :

Tableau chemin parcouru s en fonction du temps au carré t^2 :

s(dm)	418	318	218	118
$t_1(s)$	5.780	4.882	4.152	3.565
$t_2(s)$	5.547	5.601	4.039	3.309
$t_3(s)$	5.901	5.768	4.340	3.762
$t_{moy}(s)$	5.742	5.417	4.177	3.545
$t_1^2(s^2)$	33.408	23.833	17.239	12.709
$t_2^2(s^2)$	30.769	31.371	16.313	10.949
$t_3^2(s^2)$	34.821	33.269	18.835	14.152
$t_{moy}^2(s^2)$	32.999	29.491	17.462	12.567
$\Delta t(s)$	0.195	0.535	0.163	0.236
$\Delta t^2(s^2)$	2.23	5.658	1.373	1.618

Avec $\Delta(t) = \sup|t_{moy} - t_i|$

$\Delta(t^2) = \sup|t_{moy}^2 - t_i^2| = 2t\Delta(t)$

$\Delta s = 5mm$

Tableau de la vitesse v en fonction du temps t :

s(dm)	418	318	218	118
t_{moy}(s)	**5.742**	**5.417**	**4.177**	**3.545**
$\Delta t'_1$(ms)	108.1	111.3	138.3	180.6
$\Delta t'_2$(ms)	96.37	119.3	143.3	174.1
$\Delta t'_3$(ms)	101.3	115.1	143.7	176.1
$\Delta t'_{moy}$(ms)	101.9	115.2	141.7	176.9
V(dm/s)	**72.8**	**58.7**	**52.2**	**33.3**
Δv(dm/s)	**129.2**	**124.9**	**177.1**	**166.1**

V = ds/dt= s/t $\Delta V = V\left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t'}{t}\right)$ Δs=5mm

L'expression de s(t) et v(t).

On d'après la conservation de l'énergie mécanique E=cte

$$\frac{dE}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt}\left(-mg\ s(t) + \frac{1}{2}\,(m + \frac{Iz}{r\times r})(v(t))^2\right) = 0$$

$$\rightarrow -mg\frac{ds}{dt} + v\ (m + \frac{Iz}{r\times r})\frac{dv}{dt} = 0$$ on a $v=\frac{ds}{dt}$

$$\rightarrow -mg + (m + \frac{Iz}{r\times r})\frac{dv}{dt} = 0$$

$$\rightarrow dv = (mg\ dt)/\ (m + \frac{Iz}{r\times r})$$

$$\rightarrow v = (mg\ t)/\ (m + \frac{Iz}{r\times r})$$

$$v = (g.t)/\ (1+\frac{Iz}{mr\times r})$$

$$\rightarrow S(t) = \int (g.tdt)/(1 + \frac{Iz}{mr\times r})$$

$$S(t) = (\frac{g}{2}.t^2)/\ (1+\frac{Iz}{mr\times r})$$

Calcule du moment d'inertie I_Z :

L'expression du moment d'inertie I_Z :

On a

$$S(t) = (\frac{g}{2}.t^2)/\ (1+\frac{Iz}{mr\times r})$$

$$\Rightarrow\ I_Z= \left[\left[\frac{g}{2}.t^2/\ s(t)\right]-1\right]\bullet mr^2$$

On a

r= 6.5 cm m= 470 g
g= 9.81 $m.s^{-2}$ et pour s=418 dm on a t=5.742 s

Donc

I_Z= 7.89.10^{-1} $Kg.m^2$

Les graphes représentatifs en fonction du temps :

Conclusion :

On remarque que la somme énergie potentielle E_P, énergie cinétique de rotation E_R, énergie cinétique de translation E_T est toujours égale à une constante quelque soit la variation du Δt ou du Δs , ce qui confirme le principe de la conservation de l'énergie mécanique.